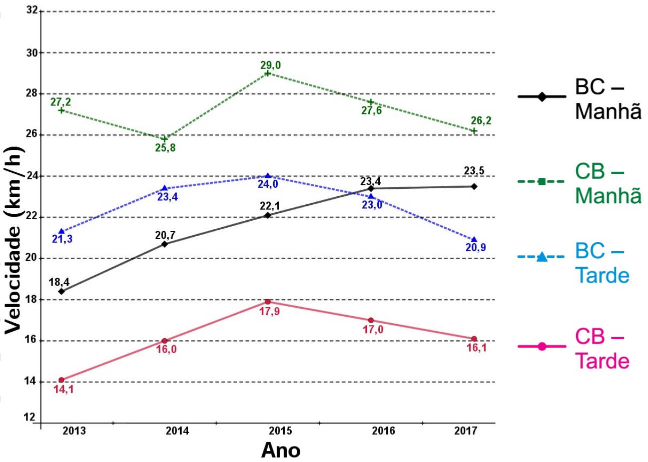
Questão 85: Alternativa C

A Companhia de Engenharia de Tráfego (CET) divulgou um estudo apresentando a mobilidade no sistema viário da cidade de São Paulo. Um dos resultados desse estudo consiste na comparação da velocidade média do tráfego geral, em um importante conjunto de vias, no sentido bairro - centro (BC) e no sentido centro-bairro (CB), nos horários de pico dos períodos da manhã e da tarde, de 2013 a 2017. O gráfico apresenta esse comparativo:



(CET: Mobilidade no Sistema Viário Principal - MSVP, 2017. www.cetsp.com.br, julho de 2018. Adaptado.)

De acordo com o gráfico, em apenas um dos sentidos e em um determinado período foram registradas seguidas reduções anuais no tempo médio de deslocamento ao longo das vias. Comparando 2017 com 2013, a redução do tempo de deslocamento nessas vias, em porcentagem, é de, aproximadamente,

(a) 12,9%.
(b) 5,1%.
(c) 21,7%.
(d) 1,8%.
(e) 27,7%.

Resolução

Diante dos gráficos, apenas o BC manha apresentou reduções no tempo, pois foi o único que a velocidade foi aumentando, uma vez que velocidade e tempo são grandezas inversamente proporcionais. Assim

$$V_{2013} = \frac{d}{t_{2013}} \Leftrightarrow 18,4 = \frac{d}{t_{2013}} \Leftrightarrow t_{2013} = \frac{d}{18,4}$$

e

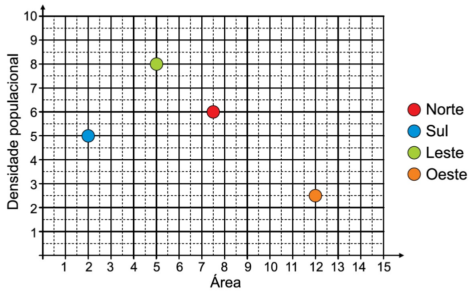
$$V_{2017} = \frac{d}{t_{2017}} \Leftrightarrow 23,5 = \frac{d}{t_{2017}} \Leftrightarrow t_{2017} = \frac{d}{23,5}$$

Portanto $\dfrac{t_{2017}}{t_{2013}} = \dfrac{\frac{d}{23,5}}{\frac{d}{18,4}} = \dfrac{18,4}{23,5} \approx 0,783$, o que corresponde uma redução de

$$1 - 0,783 = 0,217 = 21,7\%.$$

Questão 86: Alternativa D

Uma cidade tem sua área territorial dividida em quatro regiões. O esquema apresenta, de modo simplificado, a área territorial e a densidade populacional dessas quatro regiões:



A participação das populações dessas regiões na população total da cidade é:

Resolução

A densidade populacional, que aqui será denotada por d, de uma região pode ser determinada por

$$d = \frac{\text{população da região}}{\text{área da região}}.$$

Assim, de acordo com o gráfico tem-se os seguintes valores para a população (p) de acordo a área (A) de cada região

- Região Sul: $d = \dfrac{p}{A} \Leftrightarrow 5 = \dfrac{p}{2} \Leftrightarrow p = 10.$
- Região Leste: $p = 40$
- Região Norte: $p = 45$
- Região Oeste: $p = 30$

Portanto a população total da cidade será dada por $10 + 40 + 45 + 30 = 125$, de modo que a porcentagem em cada região será

- Região Sul: $\dfrac{10}{125} = \dfrac{2}{25}$, o que corresponde a 2 bonecos azuis;
- Região Leste: $\dfrac{40}{125} = \dfrac{8}{25}$ o que corresponde a 8 bonecos verdes;
- Região Norte: $\dfrac{45}{125} = \dfrac{9}{25}$ o que corresponde a 9 bonecos vermelhos;
- Região Oeste: $\dfrac{30}{125} = \dfrac{6}{25}$ o que corresponde a 6 bonecos laranjas;

Questão 87: Alternativa A

O quilate do ouro é a razão entre a massa de ouro presente e a massa total da peça, multiplicada por 24. Por exemplo, uma amostra com 18 partes em massa de ouro e 6 partes em massa de outro metal (ou liga metálica) é um ouro de 18 quilates. Assim, um objeto de ouro de 18 quilates tem $\frac{3}{4}$ de ouro e $\frac{1}{4}$ de outro metal em massa.
O ouro é utilizado na confecção de muitos objetos, inclusive em premiações esportivas. A taça da copa do mundo de futebol masculino é um exemplo desses objetos.
A FIFA declara que a taça da copa do mundo de futebol masculino é maciça (sem nenhuma parte oca) e sua massa é de pouco mais de 6 kg. Acontece que, se a taça fosse mesmo de ouro e maciça, ela pesaria mais do que o informado.

("O peso da taça". https://ipemsp.wordpress.com. Adaptado.)

Considere que a taça seja feita apenas com ouro 18 quilates, cuja composição é de ouro com densidade 19,3 g/cm^3 e uma liga metálica com densidade 6,1 g/cm^3, e que o volume da taça é similar ao de um cilindro reto com 5 cm de raio e 36 cm de altura.
Utilizando $\pi = 3$, se a taça fosse maciça, sua massa teria um valor entre

(a) 30 kg e 35 kg.
(b) 15 kg e 20 kg.
(c) 40 kg e 45 kg.
(d) 10 kg e 15 kg.
(e) 20 kg e 25 kg.

Resolução

Sendo a taça um cilindro reto, seu volume, V_T, é dado por

$$V_T = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3 \cdot 5^2 \cdot 36 = 2700\,\text{cm}^3.$$

Seja m a massa da taça, de acordo com enunciado $\frac{3}{4} \cdot m$ é ouro, enquanto $\frac{1}{4} \cdot m$ é de liga.

Como a densidade, d, é dada por $d = \frac{\text{massa}}{\text{volume}}$, deve-se ter:

- volume de ouro dado por $V_{\text{ouro}} = \dfrac{\frac{3}{4} \cdot m}{19,3}$;
- volume da liga dado por $V_{\text{liga}} = \dfrac{\frac{1}{4} \cdot m}{6,1}$.

Logo,

$$V_{\text{ouro}} + V_{\text{liga}} = V_T \Leftrightarrow \frac{\frac{3}{4} \cdot m}{19,3} + \frac{\frac{1}{4} \cdot m}{6,1} = 2700 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \cdot m \cdot \left(\frac{3}{19,3} + \frac{1}{6,1}\right) = 2700 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow m \cdot \frac{6,1 \cdot 3 + 19,3 \cdot 1}{19,3 \cdot 6,1} = 10800 \Leftrightarrow m \cdot \frac{37,6}{117,73} = 10800 \Leftrightarrow m =\cong 33\,816\text{ g}.$$

Portanto, a massa da taça teria um valor de 33,816kg, que está compreendida entre 30 kg e 35 kg.

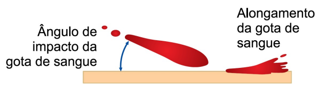
Questão 88: Alternativa A

Uma das finalidades da Ciência Forense é auxiliar nas investigações relativas à justiça civil ou criminal. Observe uma ideia que pode ser empregada na análise de uma cena de crime.

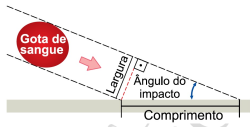
Uma gota de sangue que cai perfeitamente na vertical, formando um ângulo de $90°$ com a horizontal, deixa uma mancha redonda. À medida que o ângulo de impacto com a horizontal diminui, a mancha fica cada vez mais longa.

As ilustrações mostram o alongamento da gota de sangue e a relação trigonométrica envolvendo o ângulo de impacto e suas dimensões.

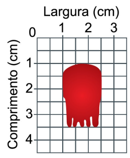
Alongamento da gota de sangue



Relação trigonométrica



Considere a coleta de uma amostra de gota de sangue e a tabela trigonométrica apresentadas a seguir.



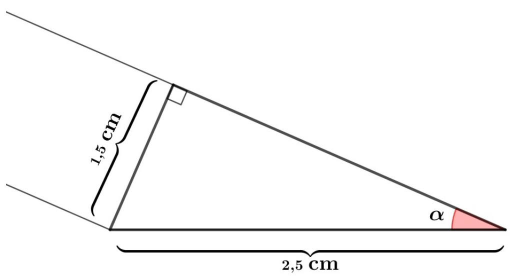
α	sen α	cos α	tg α
31º	0,51	0,85	0,60
37º	0,60	0,80	0,75
53º	0,80	0,60	1,32
59º	0,85	0,51	1,66
74º	0,96	0,28	3,50

De acordo com as informações, o ângulo de impacto da gota de sangue coletada na amostra foi de

(a) $37°$.
(b) $74°$.
(c) $59°$.
(d) $53°$.
(e) $31°$.

Resolução

De acordo com a amostra, tem-se o seguinte triângulo retângulo



onde α é o ângulo de impacto. Assim, $\operatorname{sen}(\alpha) = \dfrac{C.O}{HIP} = \dfrac{1,5}{2,5} = \dfrac{15}{25} = \dfrac{3}{5} = 0,6$.
Portanto, da tabela trigonométrica, $\alpha = 37°$.

Questão 89: Alternativa B

Em seu artigo "Sal, saúde e doença", o médico cancerologista Dráuzio Varella aponta que o Ministério da Saúde recomenda que a ingestão diária de sal não ultrapasse 5 g, quantidade muito abaixo dos 12 g, que é a média que o brasileiro ingere todos os dias. Essa recomendação do Ministério da Saúde é a meta que a Organização Mundial da Saúde estabeleceu para até 2025. Além disso, o ministério estima que, para cada grama de sal reduzido na ingestão diária, o SUS economizaria R$ 3,2 milhões por ano.

(Dados extraídos de: "Sal, saúde e doença". https://drauziovarella.uol.com.br, 24.05.2019. Adaptado.)

Considere que a ingestão média diária de sal no Brasil reduza-se de 12 g, em 2019, para 5 g, em 2025, de forma linear, ano a ano. Nesse cenário, o SUS economizaria, até o final do ano de 2025, um valor entre

(a) R$ 65 milhões e R$ 70 milhões.
(b) R$ 75 milhões e R$ 80 milhões.
(c) R$ 15 milhões e R$ 20 milhões.
(d) R$ 20 milhões e R$ 25 milhões.
(e) R$ 55 milhões e R$ 60 milhões.

Resolução

Como a ingestão média diária reduzirá de forma linear de 12 g, em 2019, para 5 g, em 2025, tem-se uma redução anual dada por

$$\frac{12-5}{2025-2019} = \frac{7}{6}.$$

Assim, as reduções em cada ano formam uma progressão aritmética dada por

$$\left(\frac{7}{6}, 2\cdot\frac{7}{6}, 3\cdot\frac{7}{6}, 4\cdot\frac{7}{6}, 5\cdot\frac{7}{6}, 6\cdot\frac{7}{6}\right),$$

cuja soma fornece a redução total do período de 2019 à 2025.

Logo, tem-se uma redução total de

$$S_6 = \frac{(a_1+a_6)\cdot 6}{2} = \frac{\left(\frac{7}{6}+6\cdot\frac{7}{6}\right)\cdot 6}{2} = \frac{49}{2} = 24,5\, g.$$

Portanto a economia será de $24,5 \cdot 3,2 \text{milhões} = 78,4 \text{milhões}$, que corresponde a alternativa (b).

Questão 90: Alternativa A

Considere os polinômios $p(x) = \begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ 2 & x & -1 \\ m & x & x \end{vmatrix}$ e $q(x) = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & x \end{vmatrix}$. Para que $p(x)$ seja divisível por $q(x)$, é necessário que m seja igual a

(a) 30.
(b) 12
(c) −12.
(d) −3.
(e) −30.

Resolução

Calculando os respectivos determinantes de $p(x)$ e $q(x)$, obtemos:

$$p(x) = \begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ 2 & x & -1 \\ m & x & x \end{vmatrix} = x^3 + x^2 - 2x - m$$

e

$$q(x) = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & x \end{vmatrix} = x - 3.$$

Para que $p(x)$ seja divisível por $q(x)$, devemos ter, pelo teorema do resto $p(3) = 0$. Assim

$$p(3) = 0 \Leftrightarrow 3^3 + 3^2 - 2 \cdot 3 - m = 0 \Leftrightarrow m = 30.$$